

1. 個人テーマ：数学的に考える力を育成する深い学びの実現

2. 授業構成原理：

本授業は、コンピテンシーベースの授業を構成することを前提として、深い学びを実現することを目指す。西村(2023)は、授業デザインを3つのレベルに分け、その最上位であるレベル3を「資質・能力の育成を意図^①して、適切な問題を設定^②し、生徒の思考を予想し、それを組み込んで授業をデザイン^③できる」段階としている(図1)。これに従い、本授業では、授業の目標を明確にした上で授業の構成を考え^①、多様な考えを促す問題を設定し^②、生徒の思考や多様な考えを予測し、それに対する教師の働きかけと学ばせたい内容を明確化した上で計画をする^③。

授業デザインのレベル	
レベル1	コンテンツをわかりやすく教示する授業をデザインできる
レベル2	資質・能力の育成を意図して、適切な問題を設定し、授業をデザインできる
レベル3	資質・能力の育成を意図して、適切な問題を設定し、生徒の思考を予想し、それを組み込んで授業をデザインできる

図1 授業デザインのレベル(西村,2023)

さらに、認知科学の文脈から深い学びに関する知見を取り入れる。ソーヤー(2018)は、伝統的な教室実践と比較して深い学びに必要な6つの要素を提案している(図2)。本指導案においては、それらを α (縦断的つながり、体系的な理解)、 β (横断的つながり、統合的な理解)、 γ (一般化、推論、意味理解)、 δ (評価、練り上げ)、 ϵ (協働的、構成的、批判的思考)、 ζ (振り返り)とラベリングし、授業構成上の重要な要素(key)として位置付ける。これらの要素が各活動の中でどのように機能するかを意識し、深い学びの促進を目指す。

	知識の深い学習(認知科学からの知見)	伝統的な教室の実践(教授主義)
α	深い学習に必要なのは、学習者が新しいアイデアや概念を既有知識や先行経験と関連づけることである。	学習者は、教材を自分たちがすでに知っているものとは無関係なものとして扱う。
β	深い学習に必要なのは、学習者が自らの知識を、相互に関係する概念システムと統合することである。	学習者は、教材を相互に切り離された知識の断片として扱う。
γ	深い学習に必要なのは、学習者がパターンや基礎となる原則を探すことである。	学習者は、事実を記憶し、手続きを実行するのみで、理由について理解することがない。
δ	深い学習に必要なのは、学習者が新しいアイデアを評価し、それらを結論と結びつけることである。	学習者は、教科書で出会ったものと異なる新しいアイデアを理解することを困難に感じる。
ϵ	深い学習に必要なのは、学習者が対話を通して知識が創造される過程を理解し、議論の中の論理を批判的に吟味することである。	学習者は事実と手続きを、全知全能の権威的存在から伝えられた静的知識として扱う。
ζ	深い学習に必要なのは、学習者自身の理解と学習過程を振り返ることである。	学習者は記憶するのみで、目的や自身の学習方略を振り返ることがない。

図2 深い学習 対 伝統的な教室の実践(ソーヤー, 2018)

3. 単元：準備 集合 第1章 場合の数と確率 (全32時間+演習・考査等)

4. 単元計画：

・第1節 場合の数

- 1 集合の要素と個数 (□□)
- 2 場合の数 (□□)
- 3 順列 (■□□□)
- 4 組合せ (□□□□□)

・第2節 確率

- 5 事象と確率 (□□□)
- 6 確率の基本性質 (□□□□)
- 7 独立な試行と確率 (□□□□)
- 8 条件付き確率 (□□□□□)
- 9 期待値 (□□□)

5. 本時計画

- (1) 目標①：身近な場面をもとに、順列において並び順を区別する必要性と、選択肢が段階的に減少する構造を理解する。
また、同じものを繰り返し用いる場合との違いに着目し、条件に応じて場合の数の構造が変化することを理解する。
- (2) 意図①：順列の理解困難性は、「並び順まで考慮するか否かに関する理解困難性」と「選択肢が段階的に減少する構造に関する理解困難性」に集約されると考える。さらに、日常的な場面との接続においては、「同じものを繰り返し用いるか否か」という条件の違いが十分に意識されないまま、形式的な計算に終始してしまう傾向も見られる。従来の指導では、順列を扱った後に重複順列を別トピック的に扱うことが多く、両者の関係性が「異なる計算方法」として分断的に理解されやすいという課題がある。

そこで本時では、まずリレーの走順決めを導入として扱い、実際に生徒を前に並ばせる身体活動を通して、並び順の違いが結果の違いとして現れることを実感的に捉えさせるとともに、選択のたびに候補が減少していく構造に気づかせる。その後、暗証番号のセキュリティ強度を比較する問題を提示し、同一の問題状況の中で、「同じものを繰り返し用いない場合」と「繰り返し用いる場合」という条件の違いに着目させることで、順列と重複順列を対比的に捉えさせる。これにより、「同じ“並べる問題”であっても、条件の違いによって場合の数の構造や求め方が変化する」ことを理解させ、数学的モデルを状況に応じて選択する視点の育成を図る。

- (3) 計画①：(5 / 3 2 時限目) 【数研出版 改訂版 高等学校数学 A p23～25】

時間	活動	key	作問の意図・留意点	生徒の思考・学習事項③
15 分	○ <u>準備問題</u>②, <u>問題</u>②解決 1 年〇組で、勝てる 4 人組のリレーチームを構成しよう。 (発問・声掛け例) - どのようにメンバーを決めればよいだろうか。 - 走る順番は気にしなくてよいだろうか。 - 選ばれたメンバーは前に来てください。 - たくさん候補が出ましたが、何通り作れますか？ - どのように計算すれば、すべての場合を数えられるだろうか - 並び順が異なれば、別の場合として数えるだろうか。	α γ δ ε	- 先日行った体育祭のメンバー決めの経験を踏まえた身近な文脈で導入する。 - 身体活動を伴わせることで、並び順の違いを視覚的かつ具体的に捉えさせる。 - 同一人物を複数回選ばない状況により、「選ぶたびに候補が減少する構造」に自然に気づかせる。	○ <u>生徒の思考の予想</u>③ 50m 走の記録をもとにメンバーを選ぼうとする。 - 当初は順序を強く意識しない。 - 勝つためには順序まで重要であることに気づく。 - 樹形図や積の法則で数えようとする。 ○ <u>気づかせたいこと・考えさせたいこと</u>③ - 並び順が変わると別の場合であると理解する。 - 何走者目から決めてもいいが、1 人目が 25 通り、2 人目が 24 通り、・・・となり、選択のたびに候補が減少する構造として捉える。 - 積の法則により順列の総数を求める方法を見出す。 ○ (余裕があれば) <u>深めたいこと</u>③ - 男女混合リレー (男子 2 人・女子 2 人) であればどういう計算で求められるか。
10 分	○ <u>主問題</u>②, <u>問題</u>②解決 アルファベット (A～Z) から 4 文字選んで作るパスワードと、数字 (0～9) から 6 文字選んで作るパスワードではどちらがセキュリティ強度が高いだろうか。 (発問・声掛け例) - 直感ではどちらが安全だと思うか。 - 何通りあるかを求めれば比較できるのではないか。	α β γ δ ε	- 順列の計算が必要となる規模の問題設定とする。 - 初めは順列として扱い、その後に条件を変化させる。 - 同一問題内で条件を変えることで、順列と重複順	○ <u>生徒の思考の予想</u>③ - 直感的には文字数の多い方が有利と考える。 - 順列の考え方 (26P4, 10P6) を用いて比較する。 「同じものを繰り返ししてよいか」という条件に着目する。 - 繰り返し不可の場合は選択肢が減少する構造になると理解する。 - 繰り返し可の場合は選択肢が減少しないことに気づく。 ○ <u>気づかせたいこと・考えさせたいこと</u>③ - 条件の違いにより、順列と重複順列という異なる考え方になることを理解する。

	・先ほどの考え方は使えるだろうか。 ・「同じ文字を使えない場合」と「何度も使える場合」で結果はどう変わるだろうか。		列を対比的に捉えさせる。 ・数学を現実の判断に活用する視点を持たせる。	・順列の総数を求める方法と、重複順列の総数を求める方法を一般化する。 ・数学的結果をもとに現実的判断へ結びつける。
10 分	○ 一般化, 公式化 (1) n 個の異なるものから r 個取る順列の総数 nPr は, $nPr = n(n-1)(n-2) \cdots$ (2) n 個の異なるものから n 個取る順列の総数 nPn は $n!$ と表し $n! = n(n-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$ (3) n 個のものから r 個とる重複順列の総数は n^r (4) $nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$ であること	γ ϵ	・活動で得た考え方を形式化する。 ・「公式提示」ではなく「構造の一般化」として扱う。	○ <u>気づかせたいこと・考えさせたいこと</u> ③ ・用語の理解 順列, 階乗, 重複順列 ・活動で用いた考え方をもとに, 順列の構造と公式を一般化して理解する。 ・階乗の意味を理解する。 ・重複順列の意味と公式を理解する。 ・$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$ を具体的な場合の式から一般化する。 ・「(4)の等式を保つために, $nP0=1$, $0!=1$ と定義する」という数学的に重要な考え方を経験する。
10 分	○ 問題演習 p24 練習 13 14 p25 練習 15	ϵ ξ	・理解の定着を図る。	○ <u>深めたいこと</u> ③ ・問題の条件から, 順列か重複順列かを判断する。 ・計算だけでなく理由を説明できるようにする。
5 分	○ まとめと振り返り	ξ α		○ <u>狙っていること</u> ③ ・自身の理解と学習過程を振り返る。 ・さらなる学びへの意識付けをする。

6. 参考文献

ソーヤー, R.K. (2018). 「第1章 インTRODakション: 新しい学びの科学」, In R.K.ソーヤー(編), 『学習科学ハンドブック〔第二版〕第1巻: 基礎/方法論』(pp.1-13), 森敏昭(訳). 北大路書房.

西村圭一 (2023). 数学科ツールキット: 探究的な授業を作ってみよう. <https://g-tanq.jp/mathematics>.